

Um Viés Sobre a Correlação de Pearson

Resumo

Neste trabalho é discutido o coeficiente de correlação de Pearson como ferramenta de identificação ou de exclusão de similaridades entre dois conjuntos de realizações ordenadas. Caso a similaridade procurada seja a correspondência funcional, tal ferramenta poderá apresentar limitações na tarefa. Entretanto, caso a similaridade alvo seja a correspondência de geradores de um espaço de Hilbert, então seu emprego se mostra regular para ordenar estados em relação a um estado padrão. É apresentado exemplo das Séries de Fourier a fim de ilustrar a relação dual estabelecida pelo coeficiente entre as realizações medidas e sua representação num espaço de Hilbert.

1 Introdução

O tema *Correlação* é introduzido com o conceito de existência de relação funcional entre conjuntos de dados ordenados; trata de uma tarefa bastante audaciosa do ponto de vista matemático, apesar do entendimento da proposta ser verdadeiramente simples. Afinal, sem uma reflexão mais aprofundada, parece simples em plotagens de dados ordenados a visualização de regras definidas e seletivas de pareamento entre eles sobre o espaço no qual são representados graficamente. Mas, não é bem assim do ponto de vista formal.

O espaço abstrato de funções matemáticas é infinito e suas características as mais diversas possíveis. Então, definir a partir de conjuntos de dados puros, dotados ou não de erros, se há ou não qualquer regra de associação sem qualquer pré-conhecimento dela é uma tarefa altamente complexa para ser trabalhada genericamente ou até mesmo em circunstâncias práticas.

No entanto a proposta é interessante, pois origina de uma abstração conceitual simples de algo que se observa no mundo prático para a construção de um objeto matemático inteiramente abstrato que indica a melhor ou não ocorrência do evento procurado. E isso sem que se saiba qual a função de associação quando sua existência é identificada. Em suma, tal objeto extrai de um conjunto de dados puros a existência de uma informação abstrata que pode ser inerente a eles.

Esta tarefa de busca por um evento matemático abstrato entre conjuntos de dados, como a correspondência funcional entre eles, pode ser levada para outros problemas matemáticos abstratos procurando-se outros tipos de similaridades também.

Tão logo colocado o problema, a proposta clássica apresentada para a tarefa de indicar a ocorrência ou não de uma correlação funcional é o coeficiente de Pearson.

No entanto, o coeficiente de Pearson somente trabalha bem nesta audaciosa tarefa numa única situação: quando ambos conjuntos estão linearmente relacionados e só. Como a aplicação cotidiana e prática não costuma pré-dizer se há relação funcional e, se houver, ela seja linear; não é possível acreditar aos resultados dele como a única e última fonte de análise e decisão, pois a situação real pode estar num regime onde o coeficiente de Pearson não estará bem colocado.

Eis que são feitas advertências quanto ao uso deste coeficiente, como para não confiar em resultados mais próximos de zero como indicações de falta de correlação

funcional, ou para não atribuir qualquer identificação de qualidade em razão de um resultado parecer melhor que o outro, dentre outras. Em decorrência destas imprecisões inerentes ao coeficiente de Pearson é que são apresentados novas propostas de coeficientes com comportamentos melhores para descreverem o objetivo de identificar similaridades funcionais entre dois conjuntos de observáveis, como os coeficientes de Spearman e Kendall – mas que também encontram limitações na tarefa –.

Neste trabalho é explorado melhor o coeficiente de Pearson a fim de apresentar um viés de qual a melhor similaridade descrita por ele; sendo mostrado que esta similaridade trata da correspondência de geradores comuns num espaço de Hilbert de representação dos dados originais.

2 O coeficiente de Pearson

Dados dois conjuntos de realizações ordenadas de duas variáveis aleatórias, uma denominada X_i e a outra denominada Y_i ; sendo x_i e y_i as realizações em cada medida simultânea destas variáveis; é definido como coeficiente de Pearson a seguinte relação:

$$\rho(X, Y) = \frac{\sum_i (x_i - \mu)(y_i - \eta)}{\sqrt{\sum_j (x_j - \mu)^2} \sqrt{\sum_j (y_j - \eta)^2}}; \quad (1)$$

onde μ é a média da variável aleatória X_i e η é a média da variável aleatória Y_i .

Os resultados possíveis para a equação acima recaem sempre no intervalo fechado $[-1, 1]$. E, numa correspondência linear entre X_i e Y_i , quanto mais próximo de 1, melhor a correspondência positiva entre as variáveis, i.e. o (de)crescimento de uma leva ao (de)crescimento da outra; já quanto mais próximo de -1, melhor a correspondência negativa entre as variáveis, i.e. o crescimento de uma leva ao decrescimento da outra e vice-versa; e, quando próximo a zero, a inexistência de relação funcional linear.

Na figura (1) é apresentada situação onde os pares ordenados parecem não cumprirem qualquer relação funcional, estando eles dispersos aleatoriamente por todo o plano. Quando calculado o coeficiente de Pearson, em (1), o resultado é um número próximo de zero, i.e. 0,066, que indica a inexistência de correlação entre os pares.

Já na figura (2) vê-se situação distinta, onde os pares ordenados aparentam evoluir ao longo de uma reta, recaindo eles em posições não tão aleatórias dentro do plano. Trata de caso onde é detectada visualmente a existência de uma correlação funcional entre um conjunto e o outro. Se calculado o coeficiente de Pearson nesta situação o resultado será bem próximo de 1, correspondendo a 0,985, indicando a forte relação entre ambos.

Outro exemplo, desta vez utilizando pares ordenados contínuos, tome a função $f: x \rightarrow x^2 | x \in \mathbb{R}$ e um intervalo não nulo $[a, b]$ onde $b > a$. O domínio da função representa um dos conjuntos de observáveis ordenados e sua imagem o outro conjunto; o cálculo do coeficiente de Pearson em (1) se dá do mesmo modo.

Dentro do intervalo $[a, b]$ sabe-se que $\mu = \frac{1}{2}(b + a)$ para o conjunto domínio e que

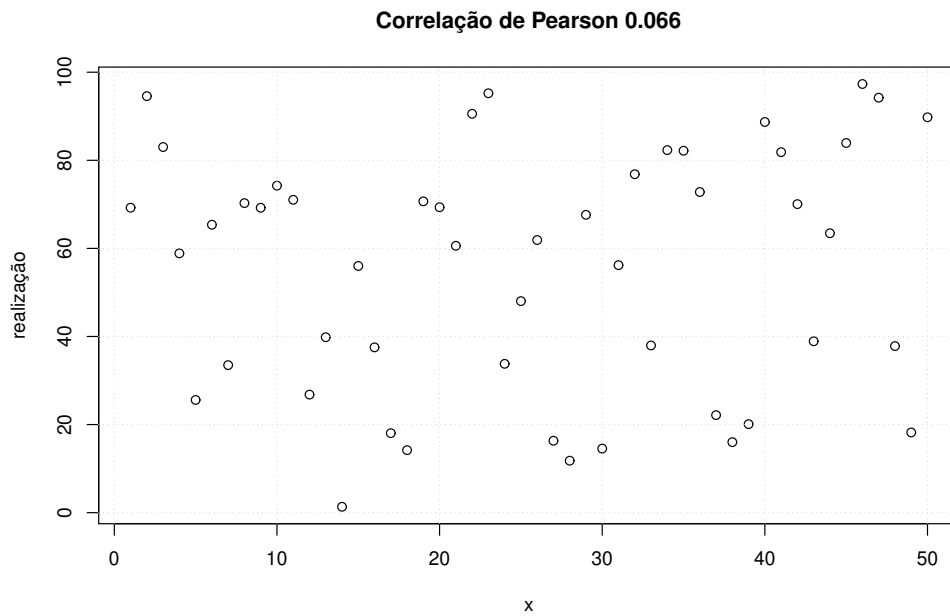


Figura 1: Conjuntos de realizações ordenados com coeficiente de Pearson de 0,066. Observar a grande variabilidade de distribuição dos pontos no gráfico.

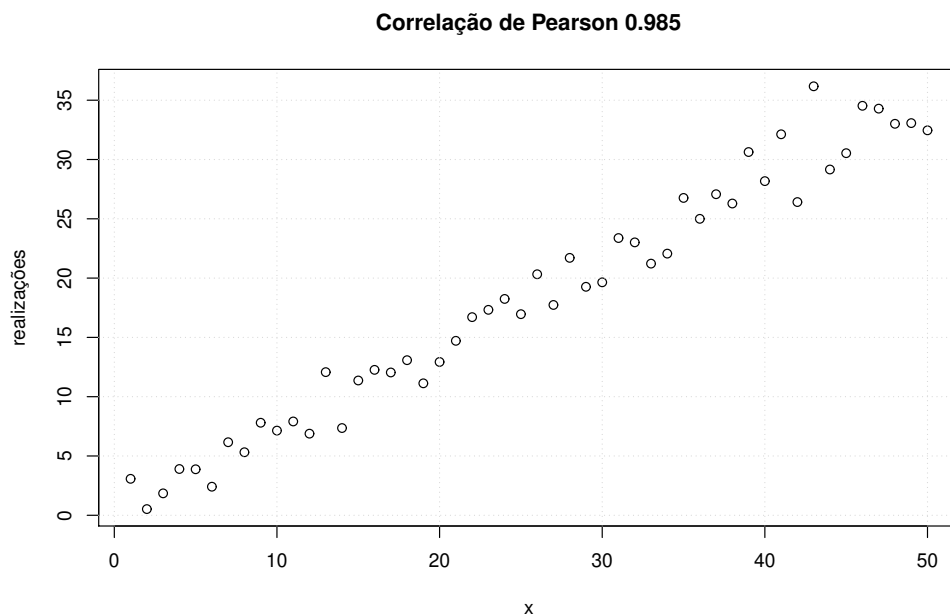


Figura 2: Conjuntos de realizações ordenados com coeficiente de Pearson de 0,985. Observar que o conjunto evolui praticamente no entorno de uma reta.

$\eta = \frac{1}{3} \frac{b^3 - a^3}{b - a}$ para o conjunto imagem. Logo o coeficiente de Pearson será dado pela

solução da seguinte equação:

$$\rho(X, X^2) = \frac{\int_a^b (x - \mu)(x^2 - \eta) dx}{\sqrt{\int_a^b (x - \mu)^2 dx} \sqrt{\int_a^b (x^2 - \eta)^2 dx}}; \quad (2)$$

que resultará em

$$\rho(X, X^2) = \frac{\sqrt{15}}{2} \frac{(b+a)(b-a)^2}{\sqrt{4(b^3+a^3)^2 - ab[9(b^2-a^2)^2 + 16a^2b^2]}}. \quad (3)$$

Observe que para cada escolha do intervalo $[a, b]$ se obtém um resultado específico para $\rho(X, X^2)$; em especial, se $a = 0$ para $\forall b > 0$, o resultado não dependerá da escolha de b sendo sempre $\approx 0,968$. Caso $b = 0$ para $\forall a < 0$, o resultado também não dependerá da escolha de a , sendo sempre $\approx -0,968$. Já se $a = -b$ o resultado também não dependerá da escolha de b , sendo sempre igual a zero.

Trata o exemplo de uma situação desconcertante, pois, só não há uma relação funcional entre os dois conjuntos, como ela é conhecida e exata, sendo esperado que o resultado fosse igual a 1 sempre. Eis o que se aguarda quando se atribui ao coeficiente de correlação de Pearson a ideia inicial de que ele "mensura" qualquer tipo de relação funcional entre conjuntos, o que não é o caso aqui.

Nos casos onde ou $a = 0$ ou $b = 0$ ele ainda se aproxima bastante do resultado ± 1 , mas mesmo assim deixa muito a desejar para um objeto matemático elaborado para mensurar certa similaridade. Se a similaridade *correspondência funcional* ocorre perfeitamente, era desejado o resultado ideal.

Ainda mais chamativo é a possibilidade de existir o resultado nulo para um caso de correspondência perfeita como aquele aqui apresentado.

Em resumo, o exemplo dado é um caso simples onde existe uma correspondência funcional exata e única entre os conjuntos, mas que pela região de mensuração dos observáveis o coeficiente de Pearson resultante pode ser próximo de 1, próximo de -1, igual a zero, ou qualquer outra configuração entre os extremos. Se considerado que numa aplicação prática não se conhece a existência de correspondências funcionais – ao contrário, estão elas sendo procuradas –, o coeficiente de Pearson tem a liberdade para apontar em várias direções para o mesmo caso apenas com a escolha do intervalo.

Desse modo, não é ele o exemplo ideal a ser dado quando se fala em correspondências funcionais entre dois conjuntos de medidas, pois deixa a desejar como indicador e avaliador desta similaridade; pelo menos se não for procurada uma relação funcional linear entre os conjuntos. E, diante deste fato, nasce a pergunta natural: qual então uma possível similaridade que ele descreve bem e de modo geral?

3 Representação num Espaço de Hilbert

A observação do bom comportamento do coeficiente de Pearson para correspondências funcionais especificamente lineares é o ponto de partida sugestivo para ser son-

dada qual tipo de similaridade melhor ele indica e avalia.

Dados dois conjuntos distintos e ordenados de realizações das variáveis aleatórias X_τ e Y_τ , considere f_τ e g_τ as sequências ordenadas de realizações das respectivas variáveis. Considere ainda que a média de X_τ seja μ e que a média de Y_τ seja η . Diante destas considerações, que sejam definidas como as amplitudes no entorno das médias das realizações: $f_\tau^* = f_\tau - \mu$ para o conjunto X_τ e $g_\tau^* = g_\tau - \eta$ para o conjunto Y_τ .

Tome uma base vetorial de geradores comuns para a representação das realizações das amplitudes no entorno da média, sendo ela ortonormal e dimensão infinita *a priori*¹, cujos geradores são $|i, \tau\rangle$. Desse modo, todas as realizações podem ser representadas pelos vetores de estados:

$$f_\tau^* = \sum_i f_i^* |i, \tau\rangle \quad \text{e} \quad g_\tau^* = \sum_i g_i^* |i, \tau\rangle. \quad (4)$$

É importante notar nas expressões acima que tanto f_i^* como g_i^* tratam apenas de coeficientes da expansão linear na base de geradores $|i, \tau\rangle$. Isto é: não tratam dos observáveis diretamente medidos, pois estes são f_τ^* e g_τ^* .

Tais vetores ainda não são elementos de um espaço de Hilbert usual, pois suas normas não são unitárias; o que ainda resta ser feito para que, então, se tenha dois vetores de estados num espaço de Hilbert de modo padrão:

$$F_\tau^* = \frac{1}{\sqrt{\sum_j f_j^{*2}}} \sum_i f_i^* |i, \tau\rangle \quad \text{e} \quad G_\tau^* = \frac{1}{\sqrt{\sum_j g_j^{*2}}} \sum_i g_i^* |i, \tau\rangle; \quad (5)$$

agora sim $\langle F_\tau^* | F_\tau^* \rangle = 1$ e $\langle G_\tau^* | G_\tau^* \rangle = 1$, como desejado.

Uma vez normalizados os estados, a quadratura dos coeficientes associados aos geradores detém a interpretação de frequência ou peso daquele específico gerador em frente a todo o estado, caracterizando aquele vetor como pertencente a um espaço de Hilbert.

E, como comum a qualquer espaço vetorial, o produto escalar entre dois elementos daquele espaço resulta na projeção de um elemento sobre o outro, i.e. a proporção relacionada com os geradores comuns aos dois. Ou colocado em linguagem melhor:

$$\begin{aligned} \langle G_\tau^* | F_\tau^* \rangle &= \frac{\sum_{ij\tau} f_i^* g_j^* \overbrace{\langle i, \tau | j, \tau \rangle}^{\delta_{ij} \text{ pela ortonormalidade}}}{\sqrt{\sum_a f_a^{*2}} \sqrt{\sum_b g_b^{*2}}} \\ &= \frac{\sum_i f_i^* g_i^*}{\sqrt{\sum_a f_a^{*2}} \sqrt{\sum_b g_b^{*2}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Observe o resultado em (6) que ele não se refere explicitamente às realizações medidas, mas aos coeficientes da representação vetorial num espaço de Hilbert. Por tratarem os vetores unitários de objetos lineares e eles não carregarem ambiguidade

¹Dimensões finitas também são contempladas nesta abordagem.

²Letras gregas indicam realizações cujas medidas são diretas, já letras latinas indicam os coeficientes da expansão linear num espaço de Hilbert

des no seu produto escalar³, a descrição conferida é bem definida quanto à ideia de separação entre os dois estados.

Por outro lado, a equação (6) carrega uma dualidade, podendo ser desenvolvida também como

$$\begin{aligned}
 \langle G_{\tau}^* | F_{\tau}^* \rangle &= \frac{\sum_{ij} f_i^* g_j^* \langle i, \tau | j, \tau \rangle}{\sqrt{\sum_{\alpha} f_{\alpha}^{*2}} \sqrt{\sum_{\beta} g_{\beta}^{*2}}} \\
 &= \frac{\sum_{\tau} f_{\tau}^* g_{\tau}^*}{\sqrt{\sum_{\alpha} f_{\alpha}^{*2}} \sqrt{\sum_{\beta} g_{\beta}^{*2}}} \quad (7) \\
 &= \frac{\sum_{\tau} (f_{\tau} - \mu)(g_{\tau} - \eta)}{\sqrt{\sum_{\alpha} (f_{\alpha} - \mu)^2} \sqrt{\sum_{\beta} (g_{\beta} - \eta)^2}} \rightarrow \text{Pearson};
 \end{aligned}$$

tratando do coeficiente de Pearson calculado a partir dos observáveis medidos diretamente. Ou seja, os resultados numéricos em (6) e (7) são idênticos, no entanto apenas a estrutura linear identificada na primeira situação é que assume uma interpretação bem definida e não ambígua para um objeto matemático capaz de criar uma ordenação de similaridade em relação a um vetor padrão.

Eis que facilmente fica identificado o coeficiente de Pearson como o produto escalar entre os vetores de um espaço de Hilbert os quais representam as amplitudes dos observáveis no entorno da média. Guarda o coeficiente de Pearson, portanto, a informação do quão há em comum entre os geradores do espaço vetorial bem como sua relevância para a formação de cada estado.

Fica claro, portanto, a razão do coeficiente de Pearson se comportar muito bem para relações funcionais lineares entre os conjuntos de realizações⁴ e, ao contrário, não se comportar do mesmo modo para relações funcionais não lineares.

Fica claro também a razão de resultados absolutos elevados implicarem sim na existência de correlação no sentido de similaridade funcional, pois ou está ocorrendo a participação de volume significativo de geradores em comum com correspondência de pesos ou aqueles poucos em comum desempenham grande papel para a construção dos vetores de estado, sendo, por isso, construções muito similares funcionalmente; porém, não exatamente perfeitas.

E, ainda, também fica claro porque resultados próximos de zero não excluem necessariamente a existência de correspondência funcional, pois o coeficiente de Pearson não está definido para espelhar a correspondência funcional, mas para espelhar a correspondência de geradores e o peso deles para uma representação das amplitudes dos observáveis no entorno da média num espaço de Hilbert; trata isso de um outro tipo de similaridade.

E, por fim, a variabilidade de resultados do coeficiente com escolhas específicas de

³Vetores não normalizados carregam ambiguidade no produto escalar pela liberdade de definição conferida à sua norma e a sua forma entre os dois vetores. Ao terem sido os vetores normalizados, fica apenas livre a forma, eliminando a dubiedade.

⁴Quando se tem uma relação linear o par $(x, f(x))$ já é uma representação vetorial comum, pois $(x, f(x)) = (x, ax + b) = x(1, a) + (0, b)$. Logo, qualquer representação em espaços de Hilbert terá sempre a mesma base por ser a diferença entre os conjuntos apenas a mesma função comum x .

intervalos finitos é explicada pela mudança na composição dos geradores da representação vetorial, i.e. $|i, \tau\rangle$.

Vê-se que o coeficiente de Pearson aplicado para a detecção de correlações funcionais apresenta eficiência acidental, estando ele mais ligado a outros tipos de características correlacionadas.

4 O caso das Séries de Fourier

A variabilidade de objetos matemáticos como bases para a geração de um espaço de Hilbert é enorme; e dentre esta vasta liberdade se destaca pelo emprego mais frequente em aplicações cotidianas as séries harmônicas, conhecidas como Séries de Fourier. Trata do exemplo mais clássico de um espaço de Hilbert.

Quando utilizada esta técnica de representação linear num espaço de Hilbert são tomados como geradores as funções harmônicas – senos e cossenos – de diferentes modos; sendo respeitadas as relações de ortonormalidade entre eles.

Seja $h(\tau)$ a função que descreve ordenadamente uma sequência de realizações de uma variável aleatória H_τ , cuja média dentro do intervalo de descrição seja ω . Desse modo, define-se a função h' normalizada e centrada em sua média como:

$$h'(\tau) = \frac{h(\tau) - \omega}{\sqrt{\int d\xi (h'(\xi))^2}}; \tag{8}$$

e os coeficientes da série harmônica $H(\zeta)$ por:

$$H(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\tau h'(\tau) e^{i\zeta\tau}. \tag{9}$$

Considerando que existam dois conjuntos ordenados de realizações de duas variáveis aleatórias descritas em um pela função $f(\tau)$, com média μ , e outro pela função $g(\tau)$, com média η , onde se sonda o nível de determinada similaridade; então, como em (8) e (9), são definidas as funções $f'(\tau)$ e $g'(\tau)$, bem como os coeficientes da representação em Série de Fourier: $F(\kappa)$ e $G(\kappa)$, respectivamente.

As funções f e g aqui poderiam ser, por exemplo, x e x^2 como no início deste trabalho; entretanto, vale mais tratar do caso geral.

Então, o produto escalar entre os estados F e G , tendo em vista a ortonormalidade das funções harmônicas e linearizados num espaço de Hilbert, é dado com o auxílio de (9) como:

$$\begin{aligned} \langle G(\kappa) | F(\kappa) \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int d\kappa d\tau d\theta g'(\tau) f'(\theta) e^{-i\kappa(\tau-\theta)} \\ &= \int d\tau d\theta g'(\tau) f'(\theta) \delta(\tau-\theta) \\ &= \int d\tau g'(\tau) f'(\tau) \\ &= \frac{\int d\tau (g(\tau) - \eta)(f(\tau) - \mu)}{\sqrt{\int d\alpha (g(\alpha) - \eta)^2} \sqrt{\int d\beta (f(\beta) - \mu)^2}} \rightarrow \text{Pearson.} \end{aligned} \tag{10}$$

Assim, fica evidente que o produto escalar das representações normais centradas

na média num espaço de Hilbert, como o de Fourier, para quaisquer funções f e g , resulta no coeficiente de Pearson calculado entre as realizações.

Nada de especial, pois na seção anterior foi mostrado que para qualquer tipo de representação num espaço de Hilbert o resultado do produto escalar entre os estados teria justamente por resultado o coeficiente.

Vê-se com isso a manifestação de uma dualidade pelo coeficiente de Pearson, pois, se calculado diretamente pelas realizações das variáveis aleatórias ou como produto escalar dos dois estados centrados representados por uma Série de Fourier, sempre o resultado será o mesmo.

5 Discussões e empregos

Como comentado anteriormente, o coeficiente de Pearson pode ser um tanto problemático como ferramenta de verificação automatizada de uma correlação funcional entre dois conjuntos de realizações, pois quando próximo de valores extremos é confiável sua leitura, mas, quando deslocado destes extremos, nada pode ser concluído e outras análises devem ser realizadas. É, portanto, uma ferramenta deficitária para este tipo de aplicação numa situação geral.

No entanto, se abandonada a audaciosa pretensão de tê-lo como um indicador de correlação funcional, mas de um indicador de similaridade de composição de geradores de uma representação num espaço de Hilbert, então sua definição se mostra bem colocada e até mesmo possibilita a elaboração de um sistema de ordenamento entre os estados em relação a uma referência comum.

Como exemplo, um emprego real e prático disto pode ser conferido nos resultados de processamentos realizados com dados da Bolsa de Valores de São Paulo pela VALLUGA, onde é calculado o coeficiente de Pearson de diversas ações em relação ao índice BOVA11, que reflete bem as flutuações do índice geral de atividade diária⁵.

Se as diversas oscilações de preços no mercado de ações forem entendidas como a sobreposição de processos cíclicos de crescimento e de decrescimento ocorridos dentro de um período de tempo padrão – i.e. uma Série de Fourier –, então o coeficiente de Pearson estará ordenando as ações em relação ao índice BOVA11 segundo modos comuns de participação e peso nas oscilações no entorno da média do período. Isto porque apenas entra para a formação do resultado modos comuns – geradores comuns – além dos pesos desempenhados por tais em cada composição comparada.

A leitura prática mais bem colocada desta última consideração é que o coeficiente está espelhando o nível de similaridades de flutuações dentro do período e no entorno da média para ele; o que não implica necessariamente que as séries temporais sejam similares, como desejado numa correlação funcional.

Para gerar um contraponto aos resultados exibidos na *página eletrônica indicada anteriormente* para o coeficiente de Pearson, são também exibidos resultados do coeficiente de Spearman que se comporta melhor do que o anterior para a descrição de correlações funcionais, embora também não seja ideal para situações genéricas. Assim, quanto mais um se encontra próximo do outro, mais provável é que as séries históricas dentro do período estejam funcionalmente correlacionadas.

⁵Confira em <http://valluga.com.br/mercado-de-acoes/>.

Nos resultados exibidos pelos histogramas do sítio eletrônico indicado vê-se claramente que as distribuições de resultados não são exatamente iguais. No entanto, ao longo do tempo indicam em conjunto dinâmicas do mercado similares.

Outro emprego prático de exemplo bastante útil se insere no monitoramento e segurança de processos computacionais numéricos. Isto porque a dualidade apresentada neste trabalho pode ser utilizada como avaliador de segurança ou de qualidade após determinado sinal sofrer uma transformada de Fourier numérica.

Matematicamente fazer o cálculo antes ou após a transformada resultará sempre no mesmo valor do coeficiente de Pearson, porém o processo numérico de uma transformada de um sinal envolve muitos procedimentos computacionais não triviais que, por falta de estabilidade ou mesmo erro de programação, podem encaminhar para resultados errados. Assim, a concordância de resultados antes e depois da transformada é uma indicação de sucesso da empreitada.

É PROIBIDA A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL OU DIVULGAÇÃO COMERCIAL SEM A AUTORIZAÇÃO PRÉVIA E EXPRESSA DO AUTOR

ARTIGO-13-JUN-19.pdf

Documento número #e1541f65-3080-4542-a3fe-d025e4a7b175

Assinaturas



Flávio Henrique Severino Oliveira Vieira
Assinou

Log

- 13 Jun 2019, 14:46:38 Operador com email lino.henry@gmail.com na Conta 3ecfc2a2-8dc0-4859-aeab-ae67fb0e14cc criou este documento número e1541f65-3080-4542-a3fe-d025e4a7b175. Data limite para assinatura do documento: 13 de Julho de 2019 (23:59). Finalização automática após a última assinatura: habilitada. Idioma: Português brasileiro.
- 13 Jun 2019, 14:49:51 Operador com email lino.henry@gmail.com na Conta 3ecfc2a2-8dc0-4859-aeab-ae67fb0e14cc adicionou à Lista de Assinatura:
lino.henry@gmail.com, para assinar, com os pontos de autenticação: email (via token); Nome Completo; CPF; Data de Nascimento; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo Flávio Henrique Severino Oliveira Vieira, CPF 042.531.026-46 e data de nascimento 25/05/1981.
- 13 Jun 2019, 14:51:43 Flávio Henrique Severino Oliveira Vieira assinou. Pontos de autenticação: email lino.henry@gmail.com (via token). CPF informado: 042.531.026-46. IP: 200.144.28.250. Componente de assinatura versão 1.38.1 disponibilizado em <https://app.clicksign.com>.
- 13 Jun 2019, 14:51:43 Processo de assinatura finalizado automaticamente. Motivo: finalização automática após a última assinatura habilitada. Processo de assinatura concluído para o documento número e1541f65-3080-4542-a3fe-d025e4a7b175.

Hash do documento original (SHA256): 7e9c0c4ed901f9c205867d8230214b3fa98e2d0e30f4f7f2f9fc632f8366292a

Este Log é exclusivo ao, e deve ser considerado parte do, documento número e1541f65-3080-4542-a3fe-d025e4a7b175, com os efeitos prescritos nos Termos de Uso da Clicksign disponível em www.clicksign.com.